

EI, EI, EI

Mathematische Modellierungen am Ei



POLITIKER WOLLEN DAS ÜBERASCHUNGSEI VERBIETEN

- Im August 2008 ging eine Meldung durch die Medien, nach der ein bei Kindern beliebtes Produkt verboten werden sollte, das Überraschungsei.
- Ein Vorschlag eines Ö3 Sprechers (am 7.8.2008 dazu) dazu: „Man soll das Ei so groß machen, dass kein Kind die darin enthaltene Überraschung schlucken kann – 30 cm Durchmesser!“
- Das gibt viel Schokolade!
Warum?



MÖGLICHE FRAGESTELLUNGEN

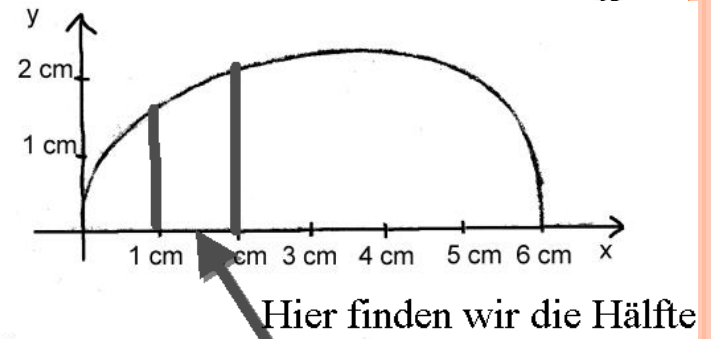
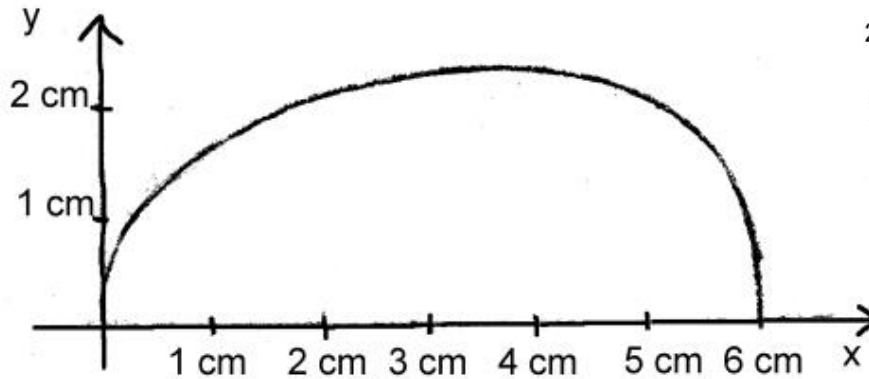
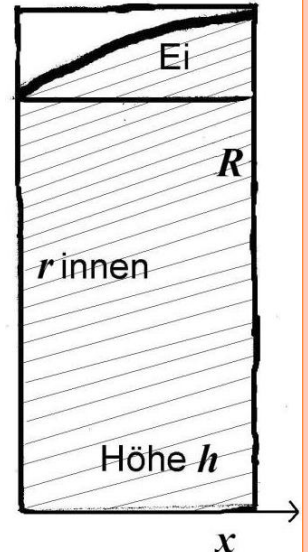
- Wie groß ist ein Überraschungsei mit 30 cm Durchmesser? Welche Höhe hat es mit realen Proportionen (nachmessen!)?
- Wie viel Schokolade wäre das bei 2, 3, 4, 5 cm Wandstärke?
- Wie kann man ein Ei mathematisch beschreiben, damit man das Volumen berechnen kann?



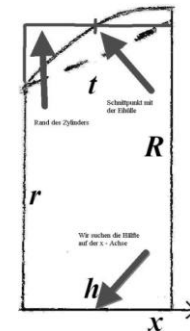
MATHEMATISCHE BESCHREIBUNG EINES EIS

- Messen des Volumens

- Wasserverdrängung
- Geht das genauer
 - Umriss auf Millimeterpapier aufzeichnen



- Näherung über Zylinder



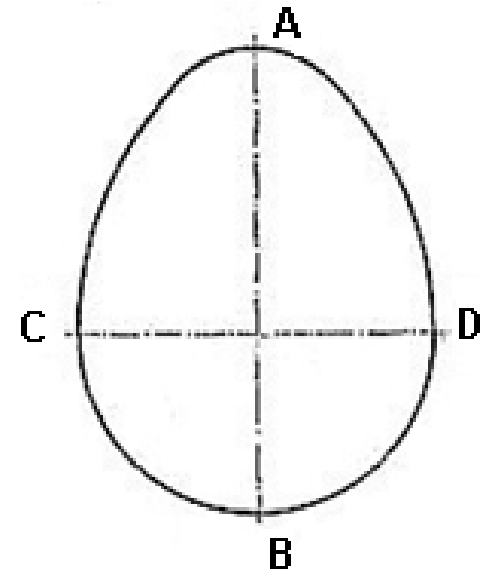
MATHEMATISCHE BESCHREIBUNG EINES EIS

- Goldener Schnitt
 - Zusammensetzung aus Ellipse und Halbkreis
 - Rotation um eine Achse

Definition:

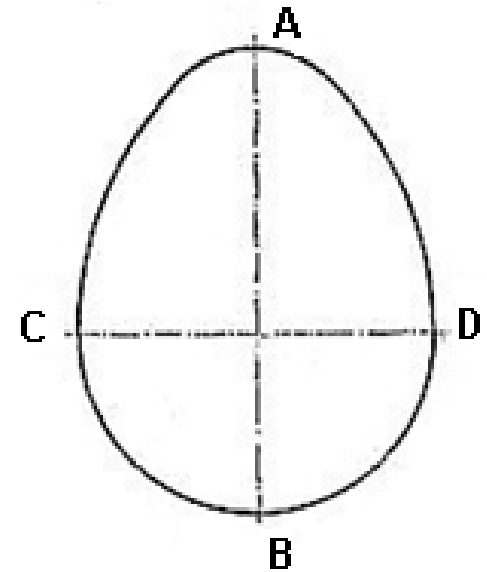
Ein Ei ist ein dreidimensionales Objekt, dessen unterer Teil eine Halbkugel und dessen oberer Teil ein Ellipsoid ist.

Das Verhältnis der Längen AB zu CD soll dem Goldenen Schnitt entsprechen.



MATHEMATISCHE BESCHREIBUNG EINES EIS

- Mit der Definition können wir die Frage nach dem Volumen eines beliebigen Eis nun vereinfacht beantworten. Wir setzen in die Formeln von Halbkugel und Ellipsoid unsere Definitionswerte, nämlich das Verhältnis der Achsen im Goldenen Schnitt ein und erhalten eine Formel $V(Ei)$, die das Volumen nur in Abhängigkeit von der Höhe (also der Länge AB) angibt.



- $V(h) = \pi \cdot h^3 \cdot 0,063661$



MATHEMATISCHE BESCHREIBUNG EINES EIS

- Weitere Definitionen (historisch)

Nach C.H.L. Schmidt ergibt sich eine Eikurve als der geometrische Ort der Fußpunkte aller Lote auf Sekanten, gefällt von den Schnittpunkten der Abscisse mit Winkelhalbierenden, welche (stumpfe) Winkel zwischen den Sekanten und Parallelen zur X-Achse in den Schnittpunkten der Sekanten mit der Kreisperipherie halbieren. Ihre Formel ist

$$r = 2a \cos^2 \varphi \text{ oder } (x^2 + y^2)^3 = 4a^2 x^4.$$



ZURÜCK ZUM ÜBERRASCHUNGSEI

- Berechnung mit der Ei-Formel von Timmerding
 - $(x^2+y^2)^2 = a \cdot x \cdot (2x^2+y^2)$
 - $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$
 - Höhe 30 cm $\Rightarrow a = 15$ cm, $V_{30} = 8659,01$ cm³
 - Hat der Radiosprecher Höhe oder Durchmesser gemeint?
Gesagt hat er Durchmesser...
 - Wenn er tatsächlich den Durchmesser gemeint hat, müssen wir die am realen Überraschungs-Ei selbst gemessene Proportion (Höhe 10 cm, Durchmesser 7 cm) berücksichtigen, also 7/10 und umrechnen: $h = 42,86$ cm $\Rightarrow a = 21,43$ cm
 - $V_{42,86} = 25250$ cm³
 - Berechnung der Schokoladenhülle in ähnlicher Weise



MATHEMATIK UND REALITÄT

- Mathematik kann helfen
 - die uns umgebende Umwelt besser zu verstehen
 - Aussagen kritisch zu hinterleuchten
 - Objekte unserer Umwelt zu untersuchen
- Mathematik ist Allgemeinbildung

**Danke für die
Einladung/Aufmerksamkeit**

Fragen?

